الحل العددي لمعادلة شرودنجر المزدوجة غير الخطية
في الابعاد (٢+١)

فايزه أحمد ناصر الرخمي

المستخلص

تهدف هذه الرسالة لحل زوج من معادلة شرودنجر المزدوجة غير الخطية في الأبعاد(٢+١) باستخدام طريقة الفروق المنتهية. تحتوي هذه الرساله على اربعة فصول وهي على النحو التالي

الفصل الأول: قمنا بتقديم هذه المعادلات وأيضاً قدمنا الحل الدقيق لها. وقد تم توضيح كيفية حل النظام الكتلي الثلاثي الأقطار (Block Tridiagonal Systems) كما قدمنا طريقة النقطة الثابتة لحل النظم غير الخطية وقد أثبتنا أن هذه المعادلات تحافظ على بقاء الكتلة ككمية ثابتة مع الزمن المتزايد.

الفصل الثاني: عرضنا بعض الطرق العددية لحل معادلة القطع المكافئ في الأبعاد (2+1) حيث تم حلها حلاً صريحاً فوجدنا أن دقة هذه الطريقة من الرتبة الأولى في البعد t والرتبة الثانية في البعدين x و y . و أثبتنا أن الطريقة مستقرة استقراراً مشروط. ثم تم حلها حلاً ضمنياً باستخدام طريقة كرانك نيكلسون و قدمنا طريقة مشهورة لحل المسائل في البعد (2+1) وهذه الطريقة تسمى الطرق الضمنية متناوبة الاتجاة

(The Alternating Direction Implicit (ADI) method)

وقد عرضنا أربعة طرق لتجزيء النموذج الناتج من الطرق الضمنية

(Peaceman-Rachford, D'Yaknov, Douglas-Rachford and Mitchell and Fairweather). جميع هذه الطرق مستقرة استقراراً مطلقاً. أثبتنا أن دقة الطريقة الأولى والثانية من الرتبة الثانية في كل الأبعاد x و y و t والطريقة الثالثة من الرتبة الأولى في البعد t والرتبة الثانية في البعدين x و y والطريقة الرابعة من الرتبة الثانية في البعد t والرتبة الرابعة في البعدين x و y وقارنا بين الطرق فوجدنا أن الطريقة الرابعة هي أفضل الطرق حيث أن الخطأ من الرتبة الرابعة.

الفصل الثالث: قمنا بحل زوج من معادلة شرودنجر المزدوجة غير الخطية في الأبعاد (٢+١) بطرق عددية والتي نتج منها نظام كتلي ثلاثي الأقطار ولتسهيل حل النظام استخدمنا طريقة ADI التي وضحناها في الفصل الثاني وعرضنا بعض الطرق العددية التي استخدمت هذه الطريقة ومنها:

(Douglas-Rachford, Peaceman-Rachford and Mitchell and Fairweather)

ولحل المخططات الناتجة استخدمنا طريقة النقطة الثابتة وهي طريقة تكرارية كما وضحنا في ثنايا البحث ثم درسناها من ناحية الاستقرار والدقة فوجدنا أن الطرق جميعها مستقرة استقراراً مطلق ودقة الطريقة الأولى من الرتبة الأولى في البعد t والرتبة الثانية في البعدين x و y الطريقة الثانية من الرتبة الثانية في كل الأبعاد x و y و t ,والطريقة الثالثة من الرتبة الثانية في البعد t والرتبة الرابعة في البعدين x و y.

الفصل الرابع: في هذا الفصل تم عرض كثير من النتائج العددية من الطرق المشتقة حيث تم المقارنه بينها وبين الحل الدقيق فأوجدنا مقدار الخطأ وقمنا بحساب الكميات الثابتة بطريقة شبة المنحرف فوجدنا أن هذه الطرق تحافظ على بقاء الكتلة ككمية ثابتة مع الزمن المتزايد كما أوردناها في جداول ورسومات توضح النتائج العددية لهذا الفصل.

Numerical Solution of Coupled Nonlinear Schrödinger Equations In (2+1) Dimensions

Faiza Ahmed Nasser Al-Rakhami

ABSTRACT

The aim of this thesis is to present a highly accurate schemes to solve coupled nonlinear Schrödinger equations in (2+1) dimensions numerically and to study the properties of this scheme.

In chapter 1: We present in detail, these equations and the exact solution of the system under consideration, and also we will give how to solve the block tridiagonal system by Crout's method. We describe the fixed point method for solving the nonlinear system, also we study conserved quantities of equations.

In chapter 2: We introduce some numerical methods to solve parabolic equation in (2+1) dimensions. We start with studying the properties of some explicit schemes, which we fined that they are conditionally stable, first order in time, and second order in space. Next, we describe the Crank-Nicolson implicit method, then we will give the details of the Alternating Direction Implicit (ADI) method and present four different schemes depending on the splitting region applied to the ADI method. The schemes are Peaceman-Rachford scheme, D'yakonov scheme, Douglas Rachford scheme and Mitchell and Fairweather scheme. Analyzing the properties of these schemes, such as stability and accuracy, was under consideration in this chapter.

In chapter 3: We present the ADI method for solving numerically the coupled nonlinear Schrödinger equation. We derive Douglas Rachford scheme, Peaceman-Rachford scheme and Mitchell and Fairweather scheme for solving this system. In addition, we discuss the properties of these methods to justify their stability and accuracy.

In chapter 4: We illustrate the numerical solution obtained by using the derived methods for solving the CNLS equations and then compare the results with the exact solution through applying the infinity norm. We give some numerical examples to show that this method is conserving the conserved quantity. The exact solution are varied in some numerical examples to also show the ability of the schemes in preserving the conserved quantity during the time integration. We conclude this chapter with our final remarks and observation.